



pedestrian flow

Rebekka Axthelm

22. Juli 2019

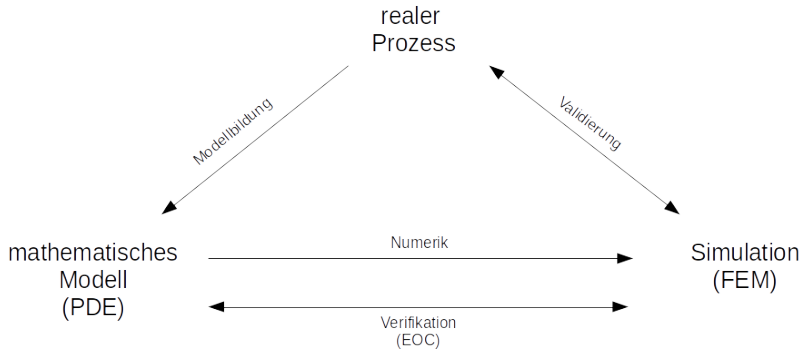


Evakuierungsszenario





Überblick





falsche Annahmen

- A1 Eine Menge von Menschen ist ein Kontinuum, d.h. es besteht aus unendlich vielen infinitesimal kleinen Teilchen. (Unsinn)



falsche Annahmen

- A1 Eine Menge von Menschen ist ein Kontinuum, d.h. es besteht aus unendlich vielen infinitesimal kleinen Teilchen. (Unsinn)
- A2 Wir Menschen bewegen uns wie Licht. (Quatsch)



falsche Annahmen

- A1 Eine Menge von Menschen ist ein Kontinuum, d.h. es besteht aus unendlich vielen infinitesimal kleinen Teilchen. (Unsinn)
- A2 Wir Menschen bewegen uns wie Licht. (Quatsch)
- A3 Wir verschwinden nicht im Nichts und rematerialisieren uns nicht aus dem Nichts
(Korrekt! Hier geht es um Masseerhaltung)



falsche Annahmen

A1 Kontinuum $\Omega \subset \mathbb{R}^2$:

$$\Phi : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$$

Potential für die Laufrichtung

$$u : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^2$$

Geschwindigkeitsfeld der Masse

$$\rho : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$$

Dichteverteilung der Masse



falsche Annahmen

A1 Kontinuum $\Omega \subset \mathbb{R}^2$:

$\Phi : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$	Potential für die Laufrichtung
$u : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^2$	Geschwindigkeitsfeld der Masse
$\varrho : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$	Dichteverteilung der Masse

A2

$ \nabla\Phi = \frac{1}{f(\varrho)}$	Eikonalgleichung
$u = -f(\varrho) \frac{\nabla\Phi}{ \nabla\Phi }$	Geschwindigkeitsfeld

A3

$\varrho_t + \nabla \cdot (\varrho u) = 0$	Kontinuitätsgleichung
--	-----------------------

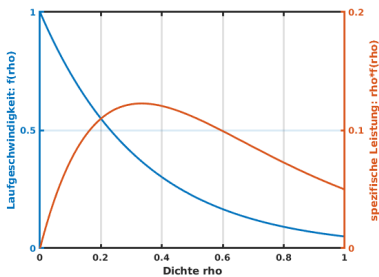


Geschwindigkeitsfeld oder "Das Ziel ist das Ziel"

Fundamentaldiagramm = emp.

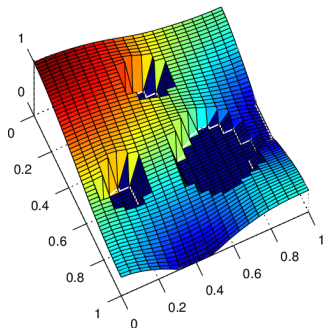
Daten oder sowas:

$$f(\varrho) = C_V \left(1 - e^{-\gamma \left(\frac{1}{\varrho} - \frac{1}{C_P} \right)} \right)$$



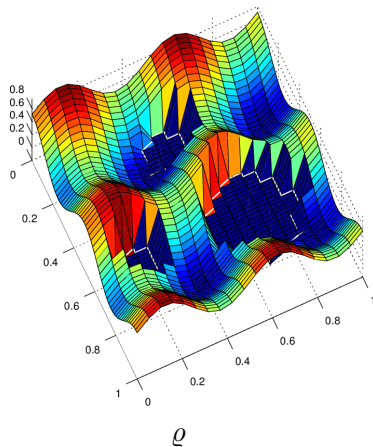
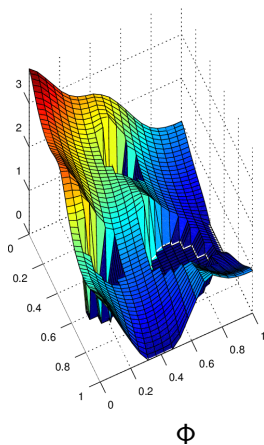
$$|\nabla\Phi| = \frac{1}{f(\varrho)}$$

leerer Raum: $f(\varrho = 0) = 1$



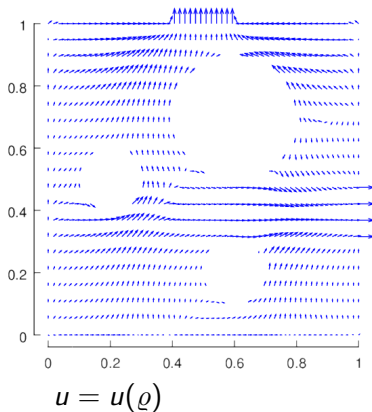
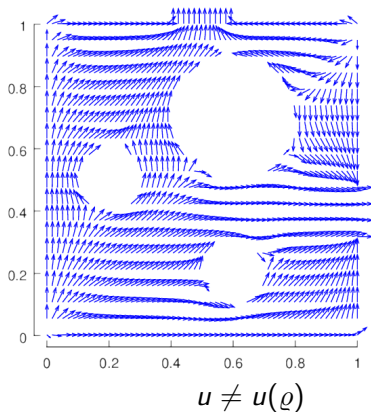


Potential Φ im nichtleeren Raum





Geschwindigkeitsfeld u im leeren und nichtleeren Raum





klassisches Modell

Eikonalgl.

$$|\nabla\Phi| = \frac{1}{f(\varrho)}$$

Geschw.-feld

$$u = -f(\varrho) \frac{\nabla\Phi}{|\nabla\Phi|}$$

Kontinuitätsgl.

$$\varrho_t + \nabla \cdot (\varrho u) = 0$$

plus Randwerte



Viskositätslösung

$$|\nabla\Phi| = \frac{1}{f(\varrho)}$$



Viskositätslösung

$$|\nabla\Phi| = \frac{1}{f(\varrho)}$$

$$(\nabla\Phi)^2 = \frac{1}{f^2(\varrho)}$$



Viskositätslösung

$$|\nabla\Phi| = \frac{1}{f(\varrho)}$$

$$(\nabla\Phi)^2 = \frac{1}{f^2(\varrho)}$$

$$-\epsilon \Delta\Phi_\epsilon + (\nabla\Phi_\epsilon)^2 = \frac{1}{f^2(\varrho)}, \quad \Phi_\epsilon \xrightarrow{\epsilon \rightarrow 0} \Phi$$



→ Viskositätslösung

$$\Phi_\epsilon = -\epsilon \ln v_\epsilon \quad \Leftrightarrow \quad v_\epsilon = e^{-\frac{1}{\epsilon} \Phi_\epsilon}$$



→ Viskositätslösung

$$\Phi_\epsilon = -\epsilon \ln v_\epsilon \quad \Leftrightarrow \quad v_\epsilon = e^{-\frac{1}{\epsilon} \Phi_\epsilon}$$

eingesetzt in die regularisierte Eikonalgleichung führt auf die Helmholtz-Gleichung

$$\frac{1}{f^2(\varrho)} v_\epsilon - \epsilon \Delta v_\epsilon = 0,$$

die linear und elliptisch ist.



→ Viskositätslösung

$$\Phi_\epsilon = -\epsilon \ln v_\epsilon \quad \Leftrightarrow \quad v_\epsilon = e^{-\frac{1}{\epsilon} \Phi_\epsilon}$$

eingesetzt in die regularisierte Eikonalgleichung führt auf die Helmholtz-Gleichung

$$\frac{1}{f^2(\varrho)} v_\epsilon - \epsilon \Delta v_\epsilon = 0,$$

die linear und elliptisch ist.

Problem:

$$v_\epsilon \xrightarrow{\epsilon \rightarrow 0} 0 \quad \Rightarrow \quad \Phi_\epsilon \rightarrow \infty \quad ???$$



neues Modell

$$\frac{1}{f(\varrho)} v - \epsilon \Delta v = 0$$

$$\Phi = -\epsilon \ln v$$

$$u = -f(\varrho) \frac{\nabla \Phi}{|\nabla \Phi|}$$

$$\varrho_t - \epsilon \Delta \varrho + \nabla \cdot (\varrho u) = 0$$

plus Randwerte

schwache Formulierung



testen mit $\varphi \in C_0^\infty$

$$-\Delta v = 0$$



testen mit $\varphi \in C_0^\infty$

\Rightarrow

$$-\Delta v = 0$$

$$-\Delta v \varphi = 0$$



testen mit $\varphi \in C_0^\infty$

\Rightarrow

$$-\Delta v = 0$$

$$-\Delta v \varphi = 0$$

\Rightarrow

$$-\int_{\Omega} \Delta v \varphi \, dx = 0$$



testen mit $\varphi \in \mathbb{C}_0^\infty$

$$\begin{aligned}
 & -\Delta v = 0 \\
 \Rightarrow & -\Delta v \varphi = 0 \\
 \Rightarrow & -\int_{\Omega} \Delta v \varphi \, dx = 0 \\
 \Leftrightarrow & -\int_{\Omega} \nabla \cdot (\nabla v \varphi) - \nabla v \nabla \varphi \, dx = 0
 \end{aligned}$$



testen mit $\varphi \in \mathbb{C}_0^\infty$

$$\begin{aligned}
 & -\Delta v = 0 \\
 \Rightarrow & -\Delta v \varphi = 0 \\
 \Rightarrow & -\int_{\Omega} \Delta v \varphi \, dx = 0 \\
 \Leftrightarrow & -\int_{\Omega} \nabla \cdot (\nabla v \varphi) - \nabla v \nabla \varphi \, dx = 0 \\
 \Leftrightarrow & \underbrace{-\int_{\partial\Omega} \nabla v \cdot \nu \varphi \, d\sigma_x}_{=0 \text{ Randwerte}} + \int_{\Omega} \nabla v \nabla \varphi \, dx = 0
 \end{aligned}$$



testen mit $\varphi \in \mathbb{C}_0^\infty$

Wir suchen also ein $v \in X$ und $\varrho \in Y$ mit

$$\int_{\Omega} \frac{1}{f(\varrho)} v \varphi \, dx + \epsilon \int_{\Omega} \nabla v \nabla \varphi \, dx = 0$$

$$\int_{\Omega} \varrho_t \varphi \, dx + \int_{\Omega} \nabla \varrho \cdot \nabla \varphi \, dx + \epsilon \int_{\Omega} \varrho u \cdot \nabla \varphi \, dx + \dots = 0$$

Randintegrale



Variationsformulierung/
Energiminimierung

$$I(v) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \nabla v^2 \, dx - \int_{\Omega} f v \, dx$$

Gesucht ist u mit $I(u) = \min_v I(v)$.

Klassisches Problem/
Eulergleichungen

$$-\Delta u = f$$

schwache Form

$$\int_{\Omega} \nabla u \nabla \varphi \, dx = \int_{\Omega} f \varphi \, dx$$

Existenz einer Lösung

Die Minimalfolge ist eine Cauchy-Folge, die nur im Banachraum konvergiert.

Die Vollständigkeit kriegen wir mit dem **Lebesgue-Integral!!!**

Die **Energieabschätzung** zeigt, mit welcher Norm kontrolliert werden kann, also in welchem Raum eine Lösung zu suchen ist.

Hier ist das $H^{1,2}$

Regularität

Die Lösung u (C^2) ist Minimum von I aber ist ein Minimum von I auch Lösung des kl. Problems?

Eine **Lösung der schwachen Form** ist auch Minimum von I und umgekehrt.



... in der Zeit

Euler: $\varrho^k = \varrho(t_k, \cdot)$

$$\varrho_t^{k+1} \approx \frac{\varrho^{k+1} - \varrho^k}{t_{k+1} - t_k}$$



... in der Zeit

Euler: $\varrho^k = \varrho(t_k, \cdot)$

$$\varrho_t^{k+1} \approx \frac{\varrho^{k+1} - \varrho^k}{t_{k+1} - t_k}$$

Führt auf das zeitdiskrete schw. Modell: $\delta = t_{k+1} - t_k$

$$\int_{\Omega} \varrho_t^{k+1} \varphi \, dx + \epsilon \int_{\Omega} \nabla \varrho^{k+1} \cdot \nabla \varphi \, dx + \int_{\Omega} \varrho^{k+1} u^m \cdot \nabla \varphi \, dx + \dots = \delta \int_{\Omega} \varrho^k \varphi \, dx$$

Und insgesamt führt das auf



... in der Zeit

Startwert $\varrho^0 \in Y$ gegeben. $k = 0, \dots$:

$$\int_{\Omega} \frac{1}{f(\varrho^k)} v^k \varphi \, dx + \epsilon \int_{\Omega} \nabla v^k \nabla \varphi \, dx = 0$$

$$\Phi^k = -\epsilon \ln v^k$$

$$u^k = -f(\varrho^k) \frac{\nabla \Phi^k}{|\nabla \Phi^k|}$$

$$\int_{\Omega} \varrho^{k+1} \varphi \, dx + \epsilon \int_{\Omega} \nabla \varrho^{k+1} \cdot \nabla \varphi \, dx + \int_{\Omega} \varrho^{k+1} u^k \cdot \nabla \varphi \, dx \dots = 0$$

plus Randwerte



... im Ort

Startwert $\varrho_h^0 \in Y_h$ gegeben. $k = 0, \dots$:

$$\int_{\Omega} \frac{1}{f(\varrho_h^k)} v_h^k \varphi_h \, dx + \epsilon \int_{\Omega} \nabla v_h^k \nabla \varphi_h \, dx = 0$$

$$\Phi_h^k = -\epsilon \ln v_h^k$$

$$u_h^k = -f(\varrho_h^k) \frac{\nabla \Phi_h^k}{|\nabla \Phi_h^k|}$$

$$\int_{\Omega} \varrho_h^{k+1} \varphi_h \, dx + \epsilon \int_{\Omega} \nabla \varrho_h^{k+1} \cdot \nabla \varphi_h \, dx + \int_{\Omega} \varrho_h^{k+1} u_h^k \cdot \nabla \varphi_h \, dx \dots = 0$$

plus Randwerte



... im Ort

Ziel: Aufstellen eines LGS, dazu rechnet man in
Koordinatenvektoren: $v_h(x) = \sum_i v_i \varphi_i(x)$



... im Ort

Ziel: Aufstellen eines LGS, dazu rechnet man in
Koordinatenvektoren: $v_h(x) = \sum_i v_i \varphi_i(x)$

Problem in X : $\dim X = \infty$



... im Ort

Ziel: Aufstellen eines LGS, dazu rechnet man in Koordinatenvektoren: $v_h(x) = \sum_i v_i \varphi_i(x)$

Problem in X : $\dim X = \infty$

Lösung: $\dim X_h < \infty$, $X_h \subseteq X$, $X_h \xrightarrow{h \rightarrow 0} X$



... im Ort

Ziel: Aufstellen eines LGS, dazu rechnet man in Koordinatenvektoren: $v_h(x) = \sum_i v_i \varphi_i(x)$

Problem in X : $\dim X = \infty$

Lösung: $\dim X_h < \infty$, $X_h \subseteq X$, $X_h \xrightarrow{h \rightarrow 0} X$

Frage: Wie sieht so ein X_h aus?



... im Ort

Ziel: Aufstellen eines LGS, dazu rechnet man in Koordinatenvektoren: $v_h(x) = \sum_i v_i \varphi_i(x)$

Problem in X : $\dim X = \infty$

Lösung: $\dim X_h < \infty$, $X_h \subseteq X$, $X_h \xrightarrow{h \rightarrow 0} X$

Frage: Wie sieht so ein X_h aus?

Antwort: Je nach X , gewünschter Approximationsgüte und Rechenaufwand



schwache Form
diskret

$$\int_{\Omega_h} \nabla u_h \nabla \varphi_h \, dx = \int_{\Omega_h} f \varphi_h \, dx$$

$$u_h(x) = \sum_{i=1}^N u_i \varphi_i(x)$$

$$u_h \in X_h \subseteq X \quad \text{mit} \quad X_h \xrightarrow{h \rightarrow 0} X$$

$$\|u - u_h\|_X \leq C h^\alpha$$

$$\mathbf{u}^T \mathbf{A} = \mathbf{b}$$

Basis von X_h
Koordinatenvektor

Konsistenz des Verfahrens

a-priori **Fehlerrechnung**

LGS (oder auch NLGS)

- dünn besetzte Matrix
- schnell berechnet
- schlecht konditioniert



EOC - Kontinuitätsgleichung

$$X = H^{1,2}(\Omega), \quad X_h = \{v \in C^0(\Omega) \mid v|_T \in \mathbb{P}_1\}$$

Praxis

h	$\ u - u_h\ _{L^2}$	EOC	$ u - u_h _{H^1}$	EOC
4.81e-02	2.51e-05	2.42	2.71e-03	1.13
2.80e-02	6.76e-06	1.99	1.47e-03	1.02
1.38e-02	1.65e-06	2.03	7.15e-04	1.03
6.92e-03	4.06e-07	2.01	3.52e-04	1.01

Theorie

$$\|u - u_h\|_{L^2(\Omega)} \leq C h^2$$

$$\|u - u_h\|_{H^{1,2}(\Omega)} \leq C h$$



was bisher geschah

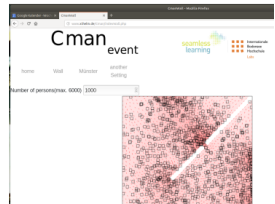
KTI Projekt C-Source Validierung

```

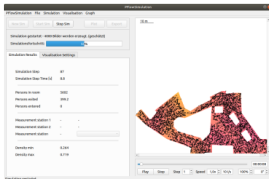
rebecca@limes: ~/pf/low/pf/low/flow/flowSim2/pf/lowSim
File Edit View Search Terminal Help
gitprojection.o error.o cg.o data.o solver.o boundary.o write.o func.o equatio
.o ped_fundamental.o ped_fd.o ped_matrices.o ped_boundary.o ped_functions.o pe
.o link.o plots.o ped_flow.o ped_velocity.o ped_ofiles.o ped_params.o ped_montro
.o.o pf/lowSim -lm
rebecca@limes: ~/pf/low/pf/low/flow/flowSim2/pf/lowSim$ ./pf/lowSim
100% 0 time=0.00e+00 ..... Res(NC)=9.95e-09 Res(KZ)=1.43e-09
100% 1 time=2.00e-01 ..... Res(NC)=9.84e-09 Res(KZ)=1.10e-09
100% 2 time=3.00e-01 ..... Res(NC)=9.77e-09 Res(KZ)=1.04e-09
100% 3 time=4.00e-01 ..... Res(NC)=9.70e-09 Res(KZ)=7.60e-10
100% 4 time=5.00e-01 ..... Res(NC)=9.72e-09 Res(KZ)=6.75e-10
100% 5 time=6.00e-01 ..... Res(NC)=9.74e-09 Res(KZ)=4.90e-10
100% 6 time=7.00e-01 ..... Res(NC)=9.78e-09 Res(KZ)=3.92e-10
100% 7 time=8.00e-01 ..... Res(NC)=9.78e-09 Res(KZ)=3.13e-10
100% 8 time=9.00e-01 ..... Res(NC)=9.99e-09 Res(KZ)=2.50e-10
100% 9 time=1.00e+00 ..... Res(NC)=9.96e-09 Res(KZ)=1.54e-09
100% 10 time=1.10e+00 ..... Res(NC)=9.84e-09 Res(KZ)=1.04e-09
100% 11 time=1.20e+00 ..... Res(NC)=9.22e-09 Res(KZ)=7.00e-10
100% 12 time=1.30e+00 ..... Res(NC)=9.44e-09 Res(KZ)=6.84e-10
100% 13 time=1.40e+00 ..... Res(NC)=9.90e-09 Res(KZ)=6.80e-10
100% 14 time=1.50e+00 ..... Res(NC)=9.90e-09 Res(KZ)=7.90e-10
100% 15 time=1.60e+00 ..... Res(NC)=9.90e-09 Res(KZ)=7.24e-09
rebecca@limes: ~/pf/low/pf/low/flow/flowSim2/pf/lowSim$

```

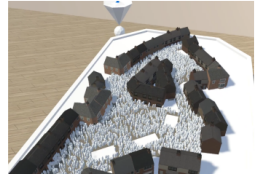
IBH Projekt WebUI (Sebastian)



TP System MacOS Linux Windows Android iOS



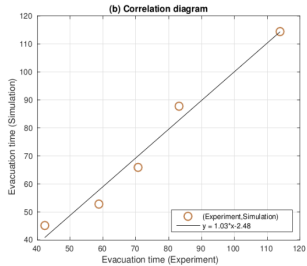
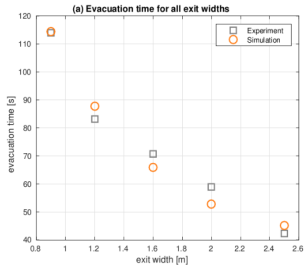
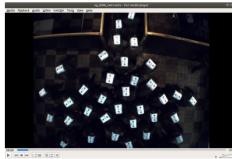
TP virtual Reality KI-Tag

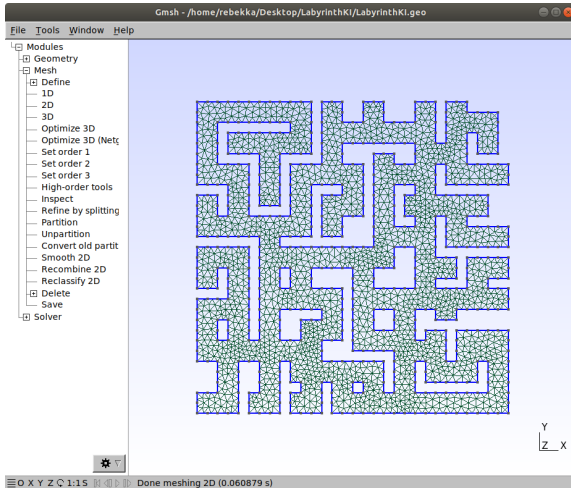


was bisher geschah



Experimentdaten vom
Forschungszentrum Jülich







Ausgang, der kein Ausgang ist ...

... oder die Konzertbühne.

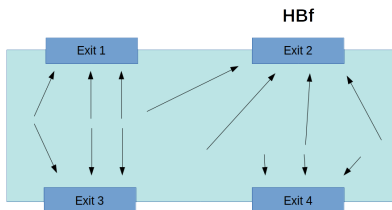




gewichtete Ziele

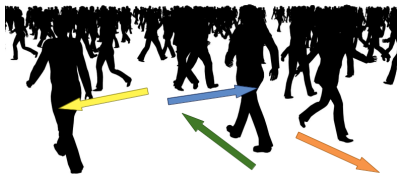
Der nächstgelegene Ausgang ist nicht zwingend der favorisierte.

- ▶ Bahnhof
- ▶ “Wir verlassen den Raum durch die Tür, durch die wir ihn betreten haben” (?)





multidirectional flow



- ▶ Verschiedene Ziele
- ▶ Verschiedene Eigenschaften (betrunken oder nicht)

$$|\nabla\Phi_i| = \frac{1}{f_i(\bar{\varrho})}$$

$$u_i = f_i(\bar{\varrho}) \frac{\nabla\Phi_i}{|\nabla\Phi_i|}$$

$$\varrho_{i,t} - \dots = 0$$



akut: Bier- oder Cocktailbar?



- ▶ Bierstand: geringe Aufenthaltsdauer
- ▶ Cocktailstand: lange Aufenthaltsdauer



Störung: bewegte Hindernisse



zu tun



fin